

# Podstawowe działania na liczbach binarnych

dr inż. Izabela Szczęch  
WSNHiD 2010/2011  
Ćwiczenia z wprowadzenia do informatyki

## Plan zajęć

- n Dodawanie
- n Odejmowanie
- n Mnożenie
- n Dzielenie

# Dodawanie liczb binarnych

## Dodawanie liczb binarnych

§ Do wykonywania dodawania potrzebna jest znajomość wyników sumowania wszystkich kombinacji cyfr:

$$\begin{aligned}0_{(2)} + 0_{(2)} &= 0_{(2)} \\0_{(2)} + 1_{(2)} &= 1_{(2)} \\1_{(2)} + 0_{(2)} &= 1_{(2)} \\1_{(2)} + 1_{(2)} &= 10_{(2)}\end{aligned}$$

Wyjaśnienie:

1+1 w systemie dwójkowym daje w wyniku 0 na pewnej pozycji, a jedność jest przenoszona na następną pozycję w liczbie.

Jest to podobna sytuacja jak w przypadku dodawania 1 + 9 w systemie dziesiętnym - otrzymujemy w wyniku 0, a jedność jest przenoszona na następną pozycję.

## Dodawanie liczb binarnych

$$\begin{aligned}0_{(2)} + 0_{(2)} &= 0_{(2)} \\0_{(2)} + 1_{(2)} &= 1_{(2)} \\1_{(2)} + 0_{(2)} &= 1_{(2)} \\1_{(2)} + 1_{(2)} &= 10_{(2)}\end{aligned}$$

$0101 = 5_{(10)}$	$1100 = 12_{(10)}$	$1010 = 10_{(10)}$	$1111 = 15_{(10)}$
$+ 0110 = 6_{(10)}$	$+ 0011 = 3_{(10)}$	$+ 1010 = 10_{(10)}$	$+ 0001 = 1_{(10)}$
$1011 = 11_{(10)}$	$1111 = 15_{(10)}$	$10100 = 20_{(10)}$	$10000 = 16_{(10)}$

5

## Dodawanie liczb binarnych

### Zadania:

Wykonaj poniższe dodawanie:

$$\S 1111001_{(2)} + 10010_{(2)} = ???_{(2)}$$

$$\S 01111111_{(2)} + 1_{(2)} = ???_{(2)}$$

Dla sprawdzenia poprawności obliczeń składniki i wyniki przekonwertuj na zapis w systemie dziesiętnym.

6

## Dodawanie liczb binarnych - nadmiar

- § W pamięci komputera liczby binarne przechowywane są w postaci ustalonej ilości bitów (np. 8, 16, 32 bity).
- § Jeśli, zakładając np. 8-mio bitowy format, wynik sumowania dwóch liczb 8 bitowych jest większy niż 8 bitów, to najstarszy bit (dziewiąty) zostanie utracony.
- § Sytuacja taka nazywa się **nadmiarem** (ang. overflow) i występuje zawsze, gdy wynik operacji arytmetycznej jest większy niż górny zakres danego formatu liczb binarnych (np. dla 8 bitów wynik większy od  $2^8 - 1$ , czyli większy od 255):

$$11111111_{(2)} + 00000001_{(2)} = 1|00000000_{(2)} \quad (255_{(10)} + 1_{(10)} = 0_{(10)})$$

7

## Odejmowanie liczb binarnych

## Odejmowanie liczb binarnych

Przy odejmowaniu korzystamy z tabliczki odejmowania:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ i po\u017cy\u0107ka z nast\u0119pnej pozycji}$$

Po\u017cy\u0107ka oznacza konieczno\u015b\u0107 odj\u0119cia 1  
od wyniku odejmowania cyfr w nast\u0119pnej kolumnie.

$$1101110_{(2)} - 1111_{(2)} = 1011111_{(2)} \quad (110_{(10)} - 15_{(10)} = 95_{(10)}).$$

1	11	11111
1101110	1101110	1101110
- 1111	- 1111	- 0001111
1	11	1011111

9

## Odejmowanie liczb binarnych

### Zadania:

Wykonaj poni\u017csze odejmowanie:

- $10000000_{(2)} - 0000001_{(2)} = ???_{(2)}$
- $10101010_{(2)} - 01010101_{(2)} = ???_{(2)}$

Dla sprawdzenia poprawno\u015bci oblicze\u0144 sk\u0142adniki i wyniki  
przekonwertuj na zapis w systemie dziesi\u0119tnym.

10

## Odejmowanie lb binarnych- niedomiar

§ Przy operacjach na liczbach naturalnych, jeśli od liczby mniejszej odejmiemy większą, to wynik będzie ujemny, a zatem niemożliwy do reprezentacji jako liczba naturalna.

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ 00000000 \\ - 00000001 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

§ Otrzymujemy same jedynki, a pożyczka nigdy nie zanika.

§ Sytuacja taka nazywa się **niedomiarem** (ang. underflow) i występuje zawsze, gdy wynik operacji arytmetycznej jest mniejszy od dolnego zakresu formatu liczb binarnych (dla naturalnego kodu dwójkowego wynik mniejszy od 0).

11

## Mnożenie liczb binarnych

## Mnożenie liczb binarnych

§ Mnożenie jest wykonywane analogicznie jak mnożenie w systemie dziesiętnym

					1	1	1	1	0
				x			1	0	1
					1	1	1	1	0
					0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0
+			1	1	1	1	0		
		1	0	0	1	0	1	1	0

						1	0	0	1
				x				1	1
						1	0	0	1
						1	0	0	1
			+		1	0	0	1	
					1	1	0	1	1

13

## Mnożenie liczb binarnych

### Zadania:

Wykonaj poniższe mnożenia:

- $100100_{(2)} \times 111_{(2)} = ???_{(2)}$
- $101010_{(2)} \times 110_{(2)} = ???_{(2)}$

Dla sprawdzenia poprawności obliczeń cyznniki i wyniki przekonwertuj na zapis w systemie dziesiętnym.

14

# Dzielenie liczb binarnych

## Dzielenie liczb binarnych

§ Dzielenie jest wykonywane analogicznie jak dzielenie w systemie dziesiętnym

	0	0	1	1	0				
	1	0	0	1	0	:	1	1	
	-	1	1	↓					
		0	1	1	↓				
		-	1	1	↓				
			0	0	0				

	0	0	0	1	1	1			
	1	0	0	0	1	1	:	1	0
	-	1	0	1	↓				
		0	1	1	1	↓			
		-	1	0	1	↓			
			0	1	0	1			
			-	1	0	1			
				0	0	0			



## Dzielenie liczb binarnych

### Zadania:

Wykonaj poniższe dzielenia:

- $11100_{(2)} / 111_{(2)} = ???_{(2)}$
- $110110_{(2)} / 110_{(2)} = ???_{(2)}$

Dla sprawdzenia poprawności obliczeń operandy i wyniki przekonwertuj na zapis w systemie dziesiętnym.

17

## Mnożenie i dzielenie liczb binarnych przez 2

§ W systemie dwójkowym operacja mnożenia przez 2 odpowiada przesunięciu wszystkich cyfr o jedną pozycję w lewo (tak jak w systemie dziesiętnym mnożenie przez 10).

$$\begin{aligned} 45_{(10)} \times 10_{(10)} &= 450_{(10)} \\ 10011_{(2)} \times 2_{(10)} &= 100110_{(2)} \\ 10011_{(2)} \times 4_{(10)} &= 1001100_{(2)} \end{aligned}$$

§ Z kolei dzielenie przez 2 jest równoważne przesunięciu wszystkich bitów zapisu liczby o jedną pozycję w prawo.

$$\begin{aligned} 1010_{(2)} / 2_{(10)} &= 101_{(2)} \\ 10011_{(2)} / 4_{(10)} &= 100,11_{(2)} \end{aligned}$$

§ W procesorze operacje mnożenia i dzielenia przez 2 realizują układy zwane rejestrami przesuwными (ang. shift registers).

18